

## معادلات و نا معادلات

### حل معادلات

معادلات گویا:

در معادلات گویا اگر در طرفین معادله با جمع و تفریق چند کسر برخورد داشته باشیم، همه را یک طرف برده مخرج مشترک می گیریم تا عبارت به یک کسر برابر صفر قرار گیرد، سپس صورت کسر را برابر صفر قرار داده، ریشه های معادله را پیدا می کنیم در پایان از ریشه های معادله، آنهایی را می پذیریم که در دامنه صدق کنند.

مثال ۱: معادلات زیر را حل کنید.

$$\frac{2x-1}{x+1} - \frac{x+2}{x-1} = -3$$

$$\frac{x}{5} - \frac{x+2}{x+1} = \frac{6\frac{x}{5}}{2x+2}$$

$$\frac{1}{x+1} + \frac{x}{x-1} = 1$$
$$\frac{1}{1-x} - \frac{x}{1+x}$$

$$A) \frac{x-1}{x+2} + \frac{x+2}{x-1} = \frac{5}{2}$$

$$B) \frac{3x+2}{2x-1} + 8\left(\frac{2x-1}{3x+2}\right) = 9$$

$$C) \frac{1}{x^2-2x+2} + \frac{2}{x^2-2x+3} = \frac{6}{x^2-2x+4}$$

$$D) \frac{x^2+2x+7}{x^2+2x+3} = x^2+2x+7$$

تست ۱: معادله  $\frac{x}{10} + \frac{1}{x-1} = \frac{x+1}{2x-2}$  چند ریشه دارد؟

۴ صحیح

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

تست ۲: معادله  $\frac{2x+5}{x+2} + \frac{2x-5}{x-2} = \frac{4}{x^2-4}$  چند ریشه دارد؟

۴ صحیح

۲ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

تست ۳: معادله  $\frac{x^3+x^2+x+1}{x+1} - \frac{x^3-x^2+x-1}{x-1} = \frac{2x-3}{x^3-1}$  چند ریشه دارد؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

تست ۴: در باره ریشه های معادله  $\left(\frac{x^2}{x^2+1}\right)^2 + \frac{x^2}{x^2+1} = 6$  کدام گزینه درست است؟

(۱) ریشه مضاعف دارد (۲) ریشه ندارد (۳) چهار ریشه دارد (۴) دو ریشه دارد

تست ۵: در باره ریشه های معادله  $x^2 - 3 = \left(\frac{x-3}{x+1} + 1\right)\left(\frac{2x}{1-x} + 1\right)$  چه می توان گفت؟

(۱) یک ریشه ساده (۲) یک ریشه مضاعف (۳) دو ریشه متمایز (۴) ریشه ندارد

تست ۶: اختلاف ریشه های معادله  $\frac{1}{x} + \frac{2}{x-1} = \frac{x^2+8x+7}{x^2-1}$  کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) ۴

تست ۷: معادله  $\frac{x^2-x+3}{2x^2+x+1} + \frac{1}{x^2+1} + \frac{2x^2+x+1}{x^2-x+3} = 2$  چند جواب دارد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

تست ۸: معادله  $x^2 + \frac{x+\alpha}{x+\alpha} = 9 + \frac{x+2\beta}{x+2\beta}$  جواب ندارد در این صورت مقادیر  $\alpha$  و  $\beta$  به ترتیب کدام

مقادیر نمیتوانند باشند

نمیتوان اظهار نظر کرد

۳/۵

-۱/۵ و -۳

۳/۵ و -۳

## معادلات لنگ:

برای حل معادلات شامل عبارات لنگ، طرفین معادله را به توان ۲ می‌رسانیم تا معادله ای بدون عبارت لنگ بدست آورد. برای این منظور بهتر است در ابتدا عبارت لنگ به تنهایی یک طرف معادله باشد. همچنین در صورت لزوم می‌توان عمل به توان رسانی را تکرار کرد. سپس معادله غیر لنگ بدست آمده را حل می‌کنیم. در آخر حتما باید جواب‌های به دست آمده را در معادله اصلی امتحان کرد.

مثال ۱: جواب معادله  $-x = \sqrt{2x-1}$  را بدست آورید.

مثال ۲: جواب معادله  $\sqrt{-x} = \sqrt{x-1}$  را بدست آورید.

مثال ۳: معادلات زیر را حل کنید:

$$\sqrt{-x} = \sqrt{x-1}$$

$$\sqrt[3]{x^2 - 3x - 2} = 2$$

$$\sqrt{15 + \sqrt{2x + 80}} = 1$$

$$\frac{4 - \sqrt{x}}{2 - x} = 2 + \sqrt{x}$$

$$\sqrt{x^2 + x + 3} + \sqrt{x^2 + x + 10} = 7$$

تست ۱: در معادله  $3x - 2 + \sqrt{4x - 3} = 0$  تعداد ریشه‌ها کدام است؟

(۱) یک جواب (۲) دو جواب هم علامت (۳) دو جواب مختلف علامت (۴) فاقد جواب

تست ۲: در معادله  $2-x = \sqrt{2x-1}$  مجموع مربع جواب و خود جواب آن چیست؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۲۰ (۴) ۳۰

تست ۳: جواب کدام معادله برابر R است؟

- (۱)  $\frac{2x-1}{2x-1} = 1$  (۲)  $\frac{2x^2-x+1}{2x^2-x+1} = 1$  (۳)  $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}} = 1$  (۴) هر سه

تست ۴: معادله  $x^2 - 5x + 13 = 4\sqrt{x}$  چند ریشه دارد؟

- (۱) ۱ (۲) صفر (۳) ۲ (۴) ۴

تست ۵: یکی از ریشه های معادله  $2\sqrt[3]{x^2} - \frac{1}{2}\sqrt[3]{x} = \frac{1}{18}$  چند برابر دیگری است؟

- (۱) -۱.۷۵ (۲) -۶۴ (۳) -۴ (۴) -۱۲

تست ۶: معادله  $\frac{x+1}{3x-2} = 2\sqrt{x}$  چند جواب دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

تست ۷: معادله  $\sqrt{5+\sqrt{x}} + 2\sqrt{4+\sqrt{x}} + \sqrt{8+\sqrt{x}} - 4\sqrt{4+\sqrt{x}} = 7$  چند جواب دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

## نامعادله

یادآوری از تعیین علامت:

تعیین علامت یک عبارت

یعنی معین کنیم که آن عبارت کی مثبت، کی منفی و کی صفر خواهد شد.

مثال:  $p = 2x - 6$  را تعیین علامت کنید.

ابتدا معلوم می‌کنیم عبارت چه زمانی صفر خواهد شد:  $x = 3 \rightarrow 2x - 6 = 0$

x	3
$2x - 6$	- 0 +

آننولن با رسم جدول

\* ممکن است یک عبارت از حاصل ضرب یا تقسیم چند عبارت حاصل شده باشد. در این صورت علامت

کل عبارت به علامت تک تک عبارات بستگی دارد.

$$p = (x - 3)(x + 4) | x - 5 | (x^2 - 36) \quad \text{تقریباً (۱):}$$

X	-6	-4	3	5	6
$x - 3$					
$x + 4$					

$ x - 5 $	
$x^2 - 36$	
P	

تمرین ۲: عبارات زیر را تعیین علامت کنید.

$$A = \frac{(x-2)|x+3|}{(x^2-25)(x+7)^{100}}$$

$$B = \frac{(x-1)(x+2)^3}{-x^2-6x-9}$$

$$C = \frac{-3}{(x-1)(-x+2)(x-4)}$$

$$D = \frac{(x^2+1)^4(3x-6)^6(x-3)^5}{x^4-10x^2+9}$$

$$E = \frac{\sqrt{x-2}(x+4)^{101}}{|3-x|(25-x^2)^9}$$

تعیین علامت یک طری

برای تعیین علامت یک طری، مانند چند طری ابتدا ریشه های هر عبارت را بدست می آوریم

پس ...

$$p = \frac{(x-2)|x+3|}{(x^2-25)(x+7)^{100}}$$

مثال:

	-71	-5	-3	2	5
P	+	+	0	0	+

تمرین ۳: یک طری تعیین علامت کنید.

$$p = \frac{x^2(x-7)^6(x+2)^5(16-x^4)}{|x-4|(x^2-9)(x^3-27)}$$

حل نامعادلات:

الف) نامعادلات گویا: در نامعادلات گویا مثل معادلات گویا همه عبارات را یک طرف منتقل کرده با مخرج مشترک گیری مناسب عبارت را تبدیل به یک کسر می کنیم سپس در صورت لزوم جدول تعیین علامت مناسب رسم کرده و از جدول، نواحی جواب را می پذیریم.

خواص نامساوی ها:

هنگام کار با نامساوی ها باید به خواص آنها توجه داشت. در زیر بعضی از این خواص را یادآوری می کنیم.



$$a \leq b, b \leq c \rightarrow a \leq c \quad (1)$$

$$a \leq b \rightarrow a \pm c \leq b \pm c \quad (2)$$

$$a \leq b, c > 0 \rightarrow ac \leq bc, \frac{a}{c} \leq \frac{b}{c} \quad (3)$$

$$a \leq b, c < 0 \rightarrow ac \geq bc, \frac{a}{c} \geq \frac{b}{c} \quad (4)$$

$$a^2 \geq 0 \quad \text{برای هر عدد دلخواه حقیقی } a \text{ داریم:} \quad (5)$$

$$a \leq c, b \leq d \rightarrow a + b \leq c + d \quad (6)$$

$$0 < a \leq c, 0 < b \leq d \rightarrow 0 < ab \leq cd \quad (7)$$

$$0 < a \leq b, c \geq 0 \rightarrow a^c \leq b^c \quad (8)$$

مثال: نامعادلات زیر را حل کرده و مجموعه جواب را معلوم کنید:

عبارت را تعیین علامت کرده پس جاهایی را می‌پذیریم که عبارت منفی یا صفر شده است.

$$\frac{(x+3)(x-2)}{-x(x+1)^2} \leq 0$$

x	-3	-1	0	2
	+	0	-	+
		ج	ج	ج

پس جواب نامعادله:  $[-3, -1) \cup (-1, 0) \cup [2, +\infty)$

تمرین ۴: نامعادلات زیر را حل کنید:

الف)  $\frac{(x+3)(x-4)^2|x+5|}{(x-2)(x-3)^4} > 0$

ب)  $\frac{(x+8)^4(1-x)^3}{(x+5)(x-2)^2} \geq 0$

ج)  $\frac{x^2-3}{x-1} < 1$

د)  $\frac{x-1}{x+2} \geq x$

تست ۱: مجموعه جواب نامعادله  $\frac{x^2-3x}{x^2-1} \leq 1$  چیست؟

$(-\infty, 1)$        $(1, +\infty)$        $\mathbb{R}$        $\mathbb{R} - \{1\}$

تست ۲: جواب مشترک دستگاه  $\begin{cases} 2x-2 < 5x+1 \\ (x-2)(x+3) > x^2-2x \end{cases}$  کدام است؟

$x < 2$        $x > -1$        $x < -1$        $x > 2$

تمرین ۵: عدد  $x = \sqrt[3]{5} - 1$  را در نظر می‌گیریم در این صورت اگر  $\frac{(x-5)^3(x-2)(x-1)^4}{x^2(x+1)^3|x-6|}$  باشد علامت

$f(\sqrt[3]{5} - 1)$  چه علامتی است؟

تمرین ۶: اگر  $B = \frac{2}{x-2}$  و  $A = \frac{1}{x(x-2)}$  به ازای  $x = \sqrt[3]{300}$  کدام درست است؟

$$A = B \quad A < B \quad A > B$$

تمرین ۷: عبارت  $\frac{(x-1)(x-2)(x-3)^3}{(x-4)^4(x^2+x+1)(1-x)}$  در کدام بازه های زیر همواره منفی است؟

( $-\infty, 2$ )      ( $3, +\infty$ )      ( $-\infty, 0$ )      ( $2, 3$ )

تمرین ۸: عبارت  $(4x^2-x+1)(3x^2-x+1)(x^2-4x+3)(2x^2-x+1)$  به ازای  $\frac{3}{2} < x < \frac{5}{2}$  علامتی دارد؟

علامتی دارد؟

همواره منفی

گاهی منفی گاهی مثبت

همواره نامثبت

همواره مثبت

تست ۳: طول بازه ی مقادیری از  $x$  که در ناموسی  $\frac{1}{x-2} \geq \frac{x+2}{2x-1}$  صدق می کنند، کدام است؟

$3/5$        $1/5$        $.1/5$        $2/5$

تست ۴: مجموع جواب نامعادله  $\frac{4}{x^2+x+1} \leq 3-x-x^2$  کدام است؟

$-1/5$        $-1$        $1$        $.1/5$

تست ۵: اگر  $f(x) = \frac{x+1}{x} - \frac{x}{x-1}$  در کدام بازه ی مقادیر  $x$  مقدار تابع از ۲ بیشتر نیست؟

$R-[-1,0]$        $R-[0,1]$        $(-1,0)$        $(0,1)$

تست ۶: اگر  $(a,b) = \left\{ 2x+1: \frac{5}{4} < \frac{x+2}{x+1} < \frac{3}{2} \right\}$  آنگاه حاصل  $a+b$  کدام است؟

۱۱

۷

۱۰

۹

تست ۷: چند عدد صحیح در نامعادله  $x^4 + 6x^2 \leq 5x^3$  صدق می‌کنند؟

۴

۳

۲

۱

تست ۸: حدود  $a$  برای آنکه نامعادله  $2 < \frac{x^2 + ax - 2}{x^2 - x + 1} < 3$  به ازای  $x$  تمام مقادیر  $x$  برقرار باشد؟

$$1 < a < 2$$

$$-2 < a < -1$$

$$-1 < a < 2$$

$$-2 < a < 1$$

تست ۹: اگر  $a = x + 2$  و  $b = x - \frac{1}{2}$  و  $b < \frac{7x+3}{4} < a$  در اینصورت کدام گزینه صحیح است؟

$$\frac{-3}{5} < x < \frac{3}{5} \quad (4)$$

$$\frac{-3}{4} < x < \frac{3}{4} \quad (3)$$

$$\frac{-5}{3} < x < \frac{5}{3} \quad (2)$$

$$\frac{-4}{3} < x < \frac{4}{3} \quad (1)$$

تست ۱۰: اگر  $x^2 < 3x + 10$  ،  $y^2 < 6y - 8$  در اینصورت  $3x + 2y$  در کدام فاصله قرار دارد؟

$$(-2, 23) \quad (4)$$

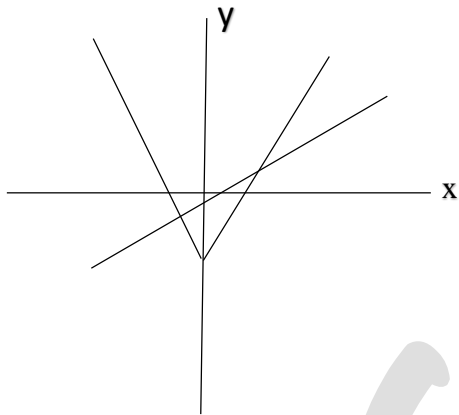
$$(-3, 20) \quad (3)$$

$$(2, 23) \quad (2)$$

$$(3, 20) \quad (1)$$

تمرین: نمودار تابع  $f(x) = \frac{x+1}{x}$  در چه فاصله‌ای بالای نمودار  $g(x) = \frac{3x-2}{x-1}$  قرار نمی‌گیرد؟

تمرین: نمودار توابع  $f$  و  $g$  به صورت مقابل است. مجموعه جواب نامعادلات زیر را بیابید.



الف)  $f(x) < g(x)$

ب)  $-1 \leq f(x) < g(x)$

نامعادلات گنگ:

در اینجا نیز با توجه به خواص ناموسی‌ها به حل نامعادله می‌پردازیم. و مجموعه جواب بدست آمده را با توجه به دامنه عبارت گنگ در نظر می‌گیریم.

تمرین: نامعادله‌های زیر را حل کنید و مجموعه جواب را تعیین کنید:

$$A) 2\sqrt{x+1} - 6 > 0$$

$$B) \sqrt{x+1} \geq \sqrt{2x-1}$$

$$c) \frac{2\sqrt{x+1}}{3\sqrt{x+1}} > 1$$

$$D) \sqrt{x^2 - 2\sqrt{x^2} + 1} \leq 1$$

$$\frac{8\sqrt{x} + 3}{3\sqrt{x} + 23} < 1$$

۱. مجموعه جواب نامعادله کدام است؟

$$0 < x < 36 \quad (4)$$

$$25 < x < 36 \quad (3)$$

$$0 < x < 16 \quad (2)$$

$$0 < x < 25 \quad (1)$$

$$\sqrt{x^2 - 6x\sqrt{x^2} + 9} \leq 1$$

مجموعه جواب نامعادله کدام است؟

$$[-3, 3] \quad (4)$$

$$[-2, 2] \quad (3)$$

$$[-1, -3] \cup [1, 3] \quad (2)$$

$$[-4, -2] \cup [2, 4] \quad (1)$$

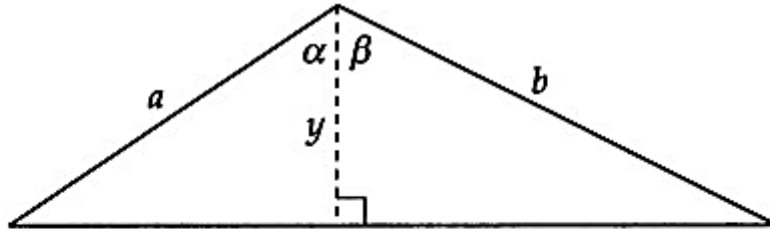
مشتق

$\sin(\alpha + \beta)$

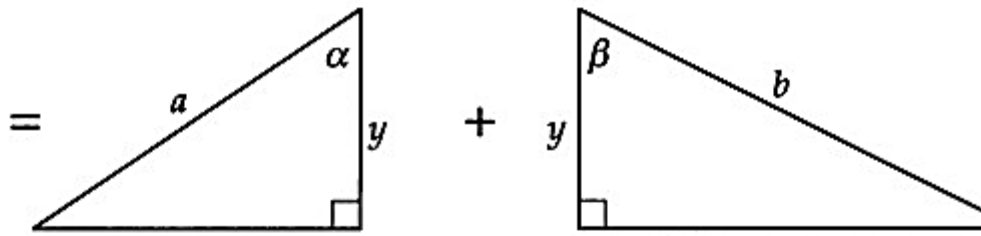
نسبت های مشتق

$$1) \sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$$

$$2) \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

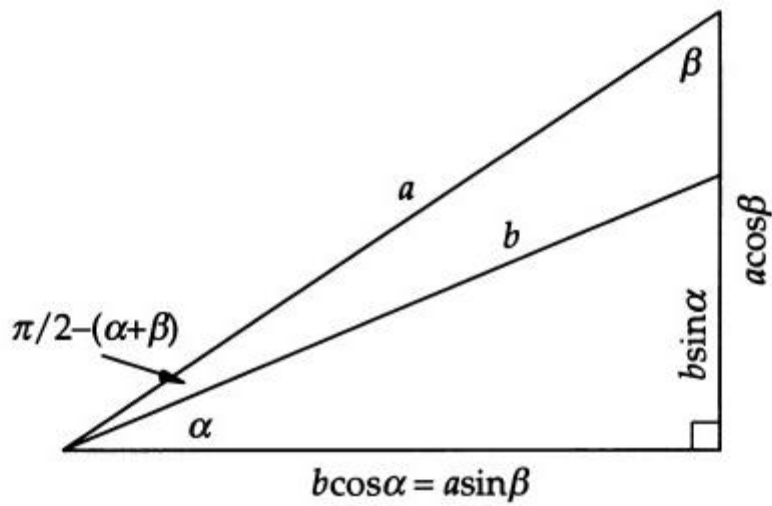


$$\alpha, \beta \in (0, \pi/2) \Rightarrow y = a \cos \alpha = b \cos \beta$$



$$\begin{aligned} \frac{1}{2} ab \sin(\alpha + \beta) &= \frac{1}{2} ay \sin \alpha + \frac{1}{2} by \sin \beta \\ &= \frac{1}{2} ab \cos \beta \sin \alpha + \frac{1}{2} ba \cos \alpha \sin \beta \\ \therefore \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \end{aligned}$$





$$\frac{1}{2} ab \sin \left[ \frac{\pi}{2} - (\alpha + \beta) \right] = \frac{1}{2} b \cos \alpha \cdot a \cos \beta - \frac{1}{2} a \sin \beta \cdot b \sin \alpha$$

$$\therefore \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$3) \operatorname{tang}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tang} \alpha \pm \operatorname{tang} \beta}{1 \mp \operatorname{tang} \alpha \cdot \operatorname{tang} \beta}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta}{\tan \alpha + \tan \beta}$$

$$5) \operatorname{cot} g(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{cot} \alpha \cdot \operatorname{cot} \beta + 1}{\operatorname{cot} \beta - \operatorname{cot} \alpha}$$

$$6) \sin(2\alpha) = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$7) \cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$8) \cos(2\alpha) = 1 - 2\sin^2 \alpha \rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

$$9) \cos(2\alpha) = 2\cos^2 \alpha - 1 \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

$$10) \tan^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}$$

$$11) \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

$$12) \cot 2\alpha = \frac{\cot^2 \alpha - 1}{2 \cot \alpha}$$

$$13) \sin \alpha = \frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}}$$

$$14) \cos \alpha = \frac{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}}$$

$$15) \sin 3\alpha = 3\sin \alpha - 4\sin^3 \alpha$$

$$16) \cos 3\alpha = 4\cos^3 \alpha - 3\cos \alpha$$

$$17) \tan 3\alpha = \frac{3\tan \alpha - \tan^3 \alpha}{1 - 3\tan^2 \alpha}$$

$$18) \cot 3\alpha = \frac{3\cot \alpha - \cot^3 \alpha}{1 - 3\cot^2 \alpha}$$

$$19) 4\sin x \sin(60 - \alpha) \sin(60 + \alpha) = \sin 3\alpha$$

$$20) 4 \cos \alpha \cos(60 - \alpha) \cos(60 + \alpha) = \cos 3\alpha$$

$$21) \tan \alpha \tan(60 - \alpha) \tan(60 + \alpha) = \tan 3\alpha$$

$$22) \cot \alpha \cot(60 - \alpha) \cot(60 + \alpha) = \cot 3\alpha$$

تمرین :

۱) حاصل هر یک از عبارات زیر را حساب کنید.

$$\tan \frac{5\pi}{12}$$

$$\cos \frac{\pi}{12}$$

$$\sin \frac{7\pi}{12}$$

۲) اگر  $A, B, C$  زاویه های مثلث باشند ثابت کنید :

$$\tan A + \tan B + \tan C = \tan a \cdot \tan B \cdot \tan c$$

(۲) ثابت کنید:

$$\sin(a+b) + \sin(a-b) = 2 \sin a \cos b$$

$$\cos(a-b) - \cos(a+b) = 2 \sin a \sin b$$

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

(۳) ثابت کنید

$$\sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ = \frac{1}{8}$$

(۴) اگر  $x + y = \frac{\pi}{4}$ ,  $\tan x \cdot \tan y = \frac{1}{6}$  حاصل  $\tan x$ ,  $\tan y$  را بدست آورید.

(۵) اگر  $\tan(x+y) = \frac{1}{2}$  و  $\tan(x-y) = \frac{1}{8}$  باشند،  $\tan x$  و  $\tan y$  را بدست آورید.

(۶) حاصل عبارت زیر را حساب کنید:

$$A = \cos \frac{\pi}{65} \cos \frac{2\pi}{65} \cos \frac{4\pi}{65} \cos \frac{8\pi}{65} \cos \frac{16\pi}{65} \cos \frac{32\pi}{65}$$

۱. حاصل  $\cos x + \cos 3x + \cos 5x + \cos 7x + \cos 9x + \cos 11x$  به ازای  $x = \frac{\pi}{12}$  چه قدر کمتر از

به ازای  $y = \frac{\pi}{10}$  است؟ ۱  
 $\frac{\cos y + \cot y}{\tan 3y \sin 4y}$   
 1(1)    2(2)     $\frac{1}{2}$ (3)    0(4)

۲. عبارت  $\sin(x + \frac{\pi}{6}) + \cos(x + \frac{\pi}{3})$  با کدام برابر است؟ ۴  
 1(1)  $\sin x$     2(2)  $\sqrt{3} \sin x$     3(3)  $\sqrt{3} \cos x$     4(4)  $\cos x$

۳. حاصل عبارت  $\cos 2x - \frac{1}{1 + \tan^2 x} + \frac{2}{1 + \cot^2 x}$  کدام است؟ ۳  
 1(1)  $\cos^2 x$     2(2) 1    3(3)  $\sin^2 x$     4(4) -1

۴. حاصل عبارت  $\sin(x - \frac{\pi}{6}) + \cos(x + \frac{\pi}{3})$  به ازای  $x = \frac{\pi}{12}$  کدام است؟ ۴  
 1(1)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$     2(2)  $\frac{1}{2}$     3(3) 1    4(4) 0

۵. حاصل عبارت  $\sin 3x \cos 3x$  به ازای  $x = \frac{\pi}{36}$  کدام است؟ ۳  
 1(1)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$     2(2)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$     3(3)  $\frac{1}{4}$     4(4)  $\frac{1}{2}$

۶. حاصل عبارت  $\sin(a+b)\sin(a-b)$  کدام است؟ ۴

$$\cos^2 b - \cos^2 a \quad (4) \quad \sin^2 b - \sin^2 a \quad (3) \quad \cos^2 b + \cos^2 a \quad (2) \quad \sin^2 b + \sin^2 a \quad (1)$$

۷. اگر  $2\sin a = 3\cos a$  حاصل عبارت  $\frac{\sin(a+b) + \sin(a-b)}{\cos(a+b) + \cos(a-b)}$  کدام است؟ ۲

$$-\frac{3}{2} \quad (4) \quad -\frac{2}{3} \quad (3) \quad \frac{3}{2} \quad (2) \quad \frac{2}{3} \quad (1) \quad .8$$

۹. حاصل عبارت  $\tan(a+b) - \tan(a-b)$  کدام است؟ ۳

$$\tan 2b \quad (4) \quad \frac{\sin 2b}{\cos^2 a - \cos^2 b} \quad (3) \quad \frac{\sin 2b}{\sin^2 a - \sin^2 b} \quad (2) \quad \frac{\sin 2a}{\cos^2 a - \cos^2 b} \quad (1)$$

۱۰. حاصل عبارت  $(\tan 35^\circ + \tan 20^\circ)\sin 20^\circ$  کدام است؟ ۲

$$\cos 20^\circ \quad (4) \quad \sin 20^\circ \quad (3) \quad \tan 20^\circ \quad (2) \quad \cot 20^\circ \quad (1)$$

۱۱. حاصل عبارت  $\tan 75^\circ - \tan 60^\circ$  کدام است؟ ۱

$$1 - \sqrt{3} \quad (4) \quad 2 - \sqrt{3} \quad (3) \quad \sqrt{3} \quad (2) \quad 2 \quad (1)$$

۱۲. حاصل عبارت  $\sqrt{2}\cos x + \frac{\cos 2x}{\sqrt{2}\sin x - 1} - \frac{\sqrt{2}\cos 2x}{\sin x + \cos x}$  کدام است؟ ۲

$$2\sqrt{2}\cos x \quad (4) \quad 0 \quad (3) \quad -1 \quad (2) \quad 1 \quad (1)$$



۱۳. حاصل عبارت  $\sqrt{\frac{1-\cos 2x}{1+\cos 2x}} + \frac{1-\cos 2x}{\sin 2x}$  کدام است؟  $(\frac{\pi}{2} < x < \pi)$

0(1)  $2 \tan x$  (2)  $\frac{2}{\sin 2x}$  (3)  $4 - 2 \tan x$  (4)

۱۴. حاصل عبارت  $\frac{\sin x + \sin 2x}{1 + \cos x + \cos 2x}$  کدام است؟  $(x \neq k\pi \pm \frac{\pi}{3})$

0(1)  $\cot x$  (2)  $\tan x$  (3)  $\sin x$  (4)  $\cos x$

۱۵. حاصل عبارت  $2 \sin^2 x + \cos 4x - 1$  کدام است؟

0(1)  $2(2 + \cos x)$  (3)  $2 \cos 4x$  (4)  $2 + \cos x$

۱۶. حاصل عبارت  $\frac{1}{4}(1 - 2 \cos 2x + \frac{1 + \cos 4x}{2})$  کدام است؟

0(1)  $\sin 4x$  (2)  $\cos 4x$  (3)  $\sin^4 x$  (4)  $\cos^4 x$

۱۷. اگر  $\tan \frac{2\pi}{3} \sin(\frac{3\pi}{2} - x) = 1$  در این صورت  $\cos 2x$  کدام است؟

0(1)  $-\frac{2}{3}$  (2)  $-\frac{1}{3}$  (3)  $\frac{1}{3}$  (4)  $\frac{2}{3}$

۱۸. حاصل عبارت  $\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4}) - \cos(x + \frac{\pi}{4})$  کدام است؟

0(1)  $\cos x - \sin x$  (2)  $\sin x - \cos x$  (3)  $2 \cos x$  (4)  $2 \sin x$

۱۹. اگر  $\sin(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{4}$  حاصل عبارت  $\sin x + \cos x$  کدام است؟

$$\frac{\sqrt{2}}{6}(4) \quad \frac{\sqrt{2}}{2}(3) \quad \frac{\sqrt{2}}{4}(2) \quad \frac{\sqrt{2}}{8}(1) \quad \cos x(4) \quad \sin x(3) \quad \tan x(2) \quad \cot x(1)$$

۱۹. حاصل عبارت  $2\sin^2 x + \cos 4x - 1$  کدام است؟ ۱

$$2 + \cos x(4) \quad 2\cos 4x(3) \quad 2(2) \quad 0(1)$$

۲۰. حاصل عبارت  $\frac{1}{4}(1 - 2\cos 2x + \frac{1 + \cos 4x}{2})$  کدام است؟ ۳

$$\cos^4 x(4) \quad \sin^4 x(3) \quad \cos 4x(2) \quad \sin 4x(1)$$

۲۱. اگر  $\tan \frac{2\pi}{3} \sin(\frac{3\pi}{2} - x) = 1$  در این صورت  $\cos 2x$  کدام است؟ ۲

$$\frac{2}{3}(4) \quad \frac{1}{3}(3) \quad -\frac{1}{3}(2) \quad -\frac{2}{3}(1)$$

۲۲. حاصل عبارت  $\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4}) - \cos(x + \frac{\pi}{4})$  کدام است؟ ۴

$$2\sin x(4) \quad 2\cos x(3) \quad \sin x - \cos x(2) \quad \cos x - \sin x(1)$$

۲۳. اگر  $\sin(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{4}$  حاصل عبارت  $\sin x + \cos x$  کدام است؟ ۲

$$\frac{\sqrt{2}}{6}(4) \quad \frac{\sqrt{2}}{2}(3) \quad \frac{\sqrt{2}}{4}(2) \quad \frac{\sqrt{2}}{8}(1)$$

۲۴. اگر  $\sin x + \cos x = 1$  حاصل عبارت  $\sin^2(x - \frac{\pi}{4}) + \cos^2(x + \frac{\pi}{4})$  کدام است؟ ۴

- 1(  $\frac{1}{2}$     2(  $\sqrt{2}$     3( 2    4( 1

۲۵. اگر  $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$  و  $\sin \theta = \frac{3}{5}$  در این صورت حاصل عبارت  $\cot(\frac{\pi}{4} + \theta)$  کدام است؟ ۱

- 1( 7    2( -7    3(  $\frac{1}{7}$     4(  $-\frac{1}{7}$

۲۶. اگر  $\cot(\frac{\pi}{2} + \theta) = 3$  در این صورت مقدار  $\tan(\frac{\pi}{4} + \theta)$  کدام است؟ ۲

- 1( 3    2(  $-\frac{1}{3}$     3(  $\frac{1}{3}$     4( -3

۲۷. حاصل عبارت  $\frac{1 - \sin 2x}{1 + \sin 2x} \times \tan^2(\frac{\pi}{4} + x)$  کدام است؟ ۴

- 1(  $1 - \tan x$     2(  $1 + \tan x$     3( -1    4( 1

۲۸. حاصل عبارت  $(\sin x + \cos x + 1)(\sin x + \cos x - 1)$  به ازای  $x = \frac{7\pi}{12}$  کدام است؟ ۲

- 1(  $\frac{1}{2}$     2(  $-\frac{1}{2}$     3( 1    4( -1

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ